

Primljen / Received: 27.1.2015.

Ispravljen / Corrected: 8.5.2016.

Prihvaćen / Accepted: 21.11.2016.

Dostupno online / Available online: 10.4.2017.

Deterministički pristup kalibriranju modela ab konstrukcije s dvoslojnim šupljim zidom od opeke

Autori:



Doc.dr.sc. **Onur Onat**, dipl.ing.građ.
Sveučilište Munzur
Građevinski fakultet
Tunceli, Turska
onuronat@munzur.edu.tr



Prof.dr.sc. **Paulo B. Lourenço**, dipl.ing.građ.
Sveučilište Minho
Građevinski fakultet
Guimaraes, Portugal
pbl@civil.uminho.pt



Izv.prof.dr.sc. **Ali Koçak**, dipl.ing.građ.
Tehničko sveučilište Yıldız
Građevinski fakultet
İstanbul, Turska
akocak@yildiz.edu.tr

Izvorni znanstveni rad

Onur Onat, Paulo B. Lourenço, Ali Koçak

Deterministički pristup kalibriranju modela ab konstrukcije s dvoslojnim šupljim zidom od opeke

U radu je prikazano prilagodljivo rješenje za kalibraciju modela ab konstrukcije s dvoslojnim šupljim zidom od opeke u svrhu rješavanja problema popustljivih rubnih uvjeta. Simulacija konstrukcije provedena je pomoću programa Diana 9.4.4 koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Kako bi se uklonio problem krutosti u temeljima, usvojeni su elastični temelji s kontaktnim elementima. Provjera konstrukcije obavljena je modalnim kalibriranjem baziranim na optimalizaciji pomoću programa MATLAB. Analizirano je pet kalibracijskih tipova, a dobiveni su rezultati te uspoređeni s eksperimentalnim podacima.

Ključne riječi:

metoda konačnih elemenata, armirani beton, dvoslojni šuplji ispunski zid od opeke, kalibriranje modela

Original scientific paper

Onur Onat, Paulo B. Lourenço, Ali Koçak

Structural model calibration of RC structure with two-leaf cavity brick infill wall by deterministic approach

An adaptive solution for calibration of a RC structure model with two-leaf cavity brick infill wall, aimed at solving the problem of flexible boundary conditions, is presented in the paper. The structure is simulated with Diana 9.4.4 finite element software. Elastic foundations with interface elements were adopted to overcome stiffness problem in foundations. The validation of the structure was made with the optimization-based modal calibration using MATLAB software. Five calibration types were analysed, and the results obtained were compared with experimental data.

Key words:

finite element method, reinforced concrete, two-leaf cavity brick infill wall, structural model updating

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Onur Onat, Paulo B. Lourenço, Ali Koçak

Deterministisch basierte Kalibration von Modellen für Stahlbetonkonstruktionen mit zweischaligen Mauerwerkswänden

In dieser Arbeit wird ein anpassungsfähiger Ansatz der Kalibration von Modellen für Stahlbetonkonstruktionen mit zweischaligen Mauerwerkswänden zur Berücksichtigung nachgiebiger Randbedingungen dargestellt. Die Konstruktion wurde mit dem Programm Diana 9.4.4 basierend auf der Finite-Elemente-Methode simuliert. Um das Problem steifer Fundationen zu umgehen, wurden mit Kontaktelementen elastische Auflager abgebildet. Die Prüfung der Konstruktion erfolgte aufgrund modaler Kalibration mit Optimierung im Programm MATLAB. Es wurden fünf Typen der Kalibration analysiert und Resultaten experimenteller Versuche gegenübergestellt.

Schlüsselwörter:

Finite-Elemente-Methode, Stahlbeton, zweischalige Mauerwerksausfachung, Kalibration von Modellen

1. Uvod

Može se reći da je u današnje vrijeme primjena metoda konačnih elemenata u analizi problema konstrukcija u potpunosti uvriježena i usvojena u stručnim krugovima. Međutim, pouzdanost modela definiranog pomoću programa baziranog na metodi konačnih elemenata ipak u najvećoj mjeri ovisi o ulaznim parametrima. Poboljšavanje odnosa između simulacije pomoću konačnih elemenata i eksperimentalnog modela baziranog na dostupnim mjernim podacima poznato je pod nazivom kalibracija ili popravak modela [1]. Kalibracija modela provodi se kako bi se poboljšala točnost inženjerskih svojstava modela konačnih elemenata, te da bi se pretpostavke usvojene modeliranjem pomoću nekog modela konačnih elemenata u što većoj mjeri podudarale sa stvarnim podacima [2]. Drugim riječima, kalibracija modela provodi se kako bi se izbjegli nepredviđeni aspekti modeliranja [3]. Usporedbom numeričkih i eksperimentalnih rezultata mogu se uočiti razne greške u postupku modeliranja:

- greške u strukturi modela (strukturne greške modela) u slučajevima kada numerički model iskazuje neke nedostatke vezane za fizikalno definiranje, pa je ponašanje modeliranog materijala slabo zastupljeno;
- greške parametara modela koje se u najvećoj mjeri odnose na netočno pojednostavljenje pretpostavki modela;
- greške u redu modela, a odnose se na aproksimaciju složenih sustava u postupku izrade mreže [4-6].

Ramos i dr. [7] koristili su postupak modalne korekcije (popravka) kako bi se prevladale greške u strukturi modela. Naglasili su da je do grešaka u modelu došlo zbog djelomičnog slijeganja tla, što je riješeno primjenom raznih spojnih elemenata ispod same konstrukcije. Li i dr. [8] analizirali su postupak kalibracije modela za slučaj nepotpunih modalnih podataka. Kako bi se eliminirali nepotpuni modalni podaci, primijenjena je metoda validacije, nakon čega su autori zaključili da je postupak kalibracije modela proveden uspješno te da je mogućnost pogreške svedena na manje od 1 %. Sevim i dr. [2] koristili su kalibraciju modela na primjeru povijesnog zidanog lučnog mosta kako bi se odstranile greške parametara modela te dobili točni rezultati u analizi konstrukcije. U tom je slučaju primjenom kalibracije modela prosječna greška prirodne frekvencije smanjena s 15 % na 5 % [2]. Osim toga, u istom se radu navodi da su prije kalibracije modela zabilježene više maksimalne i minimalne vrijednosti glavnog naprezanja [2]. Atamtürkür je 2009. godine [9] istraživao grešku u strukturi modela uslijed pojednostavljenja složene geometrije, te grešku u redu modela zbog diskretizacije sustava tijekom izrade mreže. Greška u strukturi modela iznosila je ne više od 2 % nakon prikladnog pojednostavljenja složene geometrije, a greška u redu modela varirala je između 0,15 % i 0,5 % kod primjene grube i precizne mreže.

Razlikuju se dvije vrste kalibracije: jedna je kalibracija pomoću determinističkog modela, a druga je kalibracija pomoću stohastičkog modela. Deterministička kalibracija je tradicionalna

metoda i najčešće korištena vrsta iteracije za usklađivanje numeričkih i eksperimentalnih rezultata. Stohastička kalibracija je vrsta iteracije koja se koristi za definiranje najbližega mogućeg odziva uz primjenu nesigurnih fizikalnih mjerenja [9]. U tom su se ispitivanju, tijekom postupka kalibracije strukture modela, istraživači suočili s problemom popustljivih rubnih uvjeta. Problem popustljivih rubnih uvjeta odnosi se na definiranje modalnih oblika s različitim redoslijedom. Problem se javio zbog smanjenja krutosti na razini temelja. Taj je problem uočen tijekom izračunavanja modalnih frekvencija i modalnih oblika pomoću programa baziranog na konačnim elementima. Prve tri modalne frekvencije i modalni oblici bili su posve netočni. Taj se problem ne javlja često kod velikih konstrukcija i pri pokusima na potresnom stolu. Prema prijašnjim analizama tog problema, uzorak koji se ispituje na potresnom stolu obično se prethodno izrađuje na drugom mjestu te se zatim gotova konstrukcija prevozi do potresnog stola dizalicom, i tada se na stolu obavlja dinamički identifikacijski pokus. Ta dinamička identifikacija obavlja se kako bi se definiralo prvih pet ili više modalnih oblika te prvih pet ili više modalnih frekvencija, te da bi se tako kalibrirao model konačnih elemenata konstrukcije na bazi točnih parametara. Deterministička modalna kalibracija odabrana je na bazi dostupnih eksperimentalnih modalnih frekvencija i oblika. U ovom je radu prikazano prilagodljivo rješenje za popustljive rubne uvjete pomoću elastičnih temelja. Nakon primjene elastičnih temelja dobiven je točan redoslijed za prva dva modalna oblika i modalne frekvencije. Obavljena je korekcija na ukupno četiri modalne frekvencije. Pomoću te korekcije prosječna greška od 5 % smanjena je na 2 %.

2. Teorija i primjena postupka za kalibraciju modela konstrukcije

2.1. Parametri za kalibraciju modela

Tijekom postupka kalibriranja najvažnije je postići točnost i usklađenost pokazatelja koji se koriste za kalibraciju modela. Eksperimentalni i numerički rezultati trebaju se uspoređivati sa svakim modalnim parom (frekvencija i modalni oblik) da bi se prilagodili numeričkom modelu. Ta se usporedba provodi pomoću parametara kao što su kriterij modalne ortogonalnosti (eng. *Modal Assurance Criterion* – MAC), koordinatni kriterij modalne ortogonalnosti (eng. *Coordinate Modal Assurance Criterion* – COMAC), te normalizirane modalne razlike (eng. *Normalized Modal Differences* – NMD) [4, 5]. Ovi se parametri izračunavaju pomoću prirodnih frekvencija i modalnih oblika (tj. vektora). U ovom se radu spomenuti pokazatelji koriste i za izravno izračunavanje pokazatelja za kalibraciju modela, nakon čega se obavlja usporedba s dostupnim podacima. Prednosti i nedostaci pojedinih pokazatelja uspoređuju se u tablici 1.

2.1.1. Kriterij modalne ortogonalnosti (MAC)

Kriterij MAC je kosinus kuta između numeričkih i eksperimentalnih vlastitih vektora [10]. Taj je kriterij razvijen

Tablica 1. Prednosti, nedostaci i razlozi za odabir pokazatelja za kalibriranje modela

Pokazatelj	Prednost	Nedostatak	Razlog za odabir
MAC	omogućuje postizanje odnosa podudarnosti za svaki oblik	Omogućuje definiranje jednog pokazatelja za traženi oblik	Određivanje podudarnosti oblika
COMAC	omogućuje postizanje odnosa podudarnosti za svaku mjernu točku	Postiže se negativna vrijednost s niskim MAC-om	Izbor korelacije konačnih elemenata i eksperimentalnih rezultata na svakom čvoru
NMD	Za svaki se čvor utvrđuju vrijednosti osjetljivosti	Dobivaju se pretjerano visoke vrijednosti, čak i kada su vrijednosti MAC-a prihvatljive	Ocjena osjetljivosti za mjerne točke na stolu

na bazi ortogonalnosti radi provjere konzistentnosti modalnih oblika. Ako matrica funkcije frekvencijskog odziva nema dovoljno informacija na bazi modalnog vektora, tada predviđanje modalnog vektora u raznim uvjetima postaje značajno za određivanje eksperimentalnih podataka [11]. U ovom se radu MAC koristi da bi se izmjerila linearnost numeričkih i eksperimentalnih modalnih oblika, kako je to prikazano u jednadžbi (1):

$$MAC_{e,n} = \frac{|\{\varphi_i^e\}^T \{\varphi_i^n\}|^2}{\{\varphi_i^e\}^T \{\varphi_i^e\} \{\varphi_i^n\}^T \{\varphi_i^n\}} \quad (1)$$

U jednadžbi (1) vrijednosti $\{\varphi_i^e\}$ i $\{\varphi_i^n\}$ su modalni vektori dvaju različitih modela. Jedan od njih je eksperimentalan, a drugi numerički. Raspon vrijednosti MAC varira od 0 do 1. Nula znači da nema podudarnosti između modalnih oblika, a jedan znači da postoji dobra podudarnost između eksperimentalnih i numeričkih oblika. Iako je u ovoj parametarskoj analizi vrijednost MAC osjetljiva na visoke magnitude, više magnitude imaju dominantan utjecaj na pogrešne točke. Stoga je utjecaj pogrešnih točaka nizak. Te se točke ipak trebaju prikladno rasporediti po konstrukciji [11].

2.1.2. Koordinatni kriterij modalne ortogonalnosti (COMAC)

Koordinatni kriterij modalne ortogonalnosti zapravo je proširena verzija kriterija modalne ortogonalnosti. MAC za svaki oblik uključuje jednu vrijednost za promatrano konstrukciju, dok se kod COMAC-a radi o više vrijednosti za svaki odabrani stupanj slobode, kako u poprečnom tako i u uzdužnom smjeru, i to za uspoređivanje eksperimentalnih i numeričkih pomaka i rotacija. U ovom je istraživanju proračun COMAC obavljen za četiri odabrana čvora. Ti su čvorovi uspoređeni s eksperimentalnim modelom te s numeričkim modelom. Odabrani su na temelju eksperimentalnih podataka dobivenih na konstrukciji. Vrijednost COMAC služi za dobivanje nekih detaljnih informacija kao što su pomak i rotacija numeričkog modela, a pri popustljivim rubnim uvjetima. Takva usporedba pomaka i rotacija pokazuje podudarnost modela s eksperimentalnim modelom. Vrijednost COMAC može se izračunati pomoću jednadžbe (2), kao što se vidi u nastavku [11].

$$COMAC_{i,e,n} = \frac{\sum_i^n |\varphi_{i,j}^e \varphi_{i,j}^n|^2}{\sum_i^n (\varphi_{i,j}^e)^2 \sum_i^n (\varphi_{i,j}^n)^2} \quad (2)$$

2.1.3. Normalizirane modalne razlike (NMD)

Normalizirane modalne razlike jest parametar koji ovisi o vrijednosti MAC, a izračunava se pomoću vrijednosti MAC kako bi se provjerio raskorak između dva vektora modalnog oblika. Od MAC-a se razlikuje po osjetljivosti kao što je to prikazano u jednadžbi (3). Ako je u postupku modalnog kalibriranja vrijednost MAC manja od 0,9, tada je vrijednost NMD veća. Razlog tome leži u većim razlikama. Vrijednost MAC = 0,99 odgovara vrijednosti NMD = 0,10. Ova usporedba pokazuje osjetljivost vrijednosti NMD. Uzimajući u obzir raspon vrijednosti NMD, smatra se da vrijednost MND manja od 0,33 upućuje na dobru podudarnost [12]:

$$NMD_{e,n} = \frac{\sqrt{1 - MAC_{e,n}}}{MAC_{e,n}} \quad (3)$$

2.2. Postupci kalibriranja modela

2.2.1. Douglas - Reidova metoda

Ova metoda kalibriranja modela bazira se na tome da se razlika između eksperimentalnih i numeričkih modalnih frekvencija svede na minimum. Za kalibriranje modela nije dovoljan odabir varijabli i izrada modela konačnih elemenata. U tom se postupku u obzir trebaju uzeti i neodgovarajući uvjeti te gornja i donja granica procjena. Douglas i Reid predložili su sljedeću jednadžbu [13]:

$$f_j^{FE} (X_1, X_2, \dots, X_n) = C_j + \sum_{k=1}^n [A_{jk} X_k + B_{jk} (X_k)^2] \quad (4)$$

gdje su X_k ($k=1, 2, \dots, n$) varijable koje se trebaju kalibrirati dok su A_{jk} , B_{jk} i C_j konstante. Treba se izračunati konstanta $(2n+1)$.

$$f_j^{FE} (X_1^B, X_2^B, \dots, X_n^B) = C_j + \sum_{k=1}^n [A_{jk} X_k^B + B_{jk} (X_k^B)^2]$$

$$f_j^{FE} (X_1^L, X_2^B, \dots, X_n^B) = C_j + \sum_{k=1}^n [A_{jk} X_k^L + B_{jk} (X_k^B)^2] \quad (5)$$

$$f_j^{FE} (X_1^U, X_2^B, \dots, X_n^B) = C_j + \sum_{k=1}^n [A_{jk} X_k^U + B_{jk} (X_k^B)^2]$$

$$f(X_1^B, X_2^B, \dots, X_n^L) = C_j + \sum_{k=1}^n [A_{jk} X_k^L + B_{jk} (X_k^L)^2] \tag{5}$$

$$f_j^{FE} (X_1^B, X_2^B, \dots, X_n^U) = C_j + \sum_{k=1}^n [A_{jk} X_k^U + B_{jk} (X_k^U)^2]$$

U jednadžbi (5) vrijednost X_n^B označava osnovnu vrijednost (početnu točku), vrijednost X_n^L označava donju graničnu vrijednost, a vrijednost X_n^U označava gornju graničnu vrijednost. Na primjer, ako se trebaju kalibrirati dva parametra, tada se pomoću odgovarajućeg optimalizacijskog programa trebaju izračunati tri konstante. Nakon izračunavanja konstanti, na numeričke frekvencije f_j^{FE} i na eksperimentalnu vrijednost f_j^{EX} primjenjuje se postupak minimalizacije metodom najmanjih kvadrata.

$$\pi = \sum_{i=1}^m w_i e_i^2 \tag{6}$$

$$\varepsilon_i = \sum_{i=1}^m f_i^{EX} - f_i^{FE} \quad (X_1, X_2, \dots, X_n) \tag{7}$$

gdje je π objektivna funkcija, ε_i je preostala funkcija, w_i je konstanta težine, a m je broj frekvencija za modalno kalibriranje [13].

2.2.2. Robusna metoda

Ova metoda nazvana je robusnom zato što se objektivna funkcija izvodi izravno. Tu robusnu metodu primijenio je Ramos godine 2007. [12], a primjenjuje se i u ovom radu. U metodi se izravno koristi objektivna funkcija π , a greške između numeričkih i eksperimentalnih oblika slobodne vibracije dokazuju se pomoću f_{iE} i f_{iFE} . Razlike između numeričkih i eksperimentalnih pomaka iskazane su pomoću vrijednosti $\phi_{j,Exp}$ i $\phi_{j,FE}$. Osim toga, greške između numeričkih i eksperimentalnih modalnih zakrivljenosti dokazuju se pomoću $\phi_{j,FE}''$ i $\phi_{j,Exp}''$. Jednadžba 8 izvodi se pomoću sljedećih varijabli [12]:

$$\pi = \frac{1}{2} [W_w \sum_{i=1}^m \frac{f_{i,FE}^2 - f_{i,Exp}^2}{f_{i,Exp}^2} + W_\phi \sum_{i=1}^m (\phi_{i,FE} - \phi_{i,Exp})^2 + W_\phi'' \sum_{i=1}^m \frac{\phi_{i,FE}'' - \phi_{i,Exp}''}{\phi_{i,Exp}''}] \tag{8}$$

U toj jednadžbi vrijednosti W_w , W_ϕ i W_ϕ'' predstavljaju ponderirane konstante prirodnih frekvencija, modalnih oblika i modalnih zakrivljenosti. Matrice za ponderiranje odlikuju se različitim vrijednostima što ovisi o inženjerskoj prosudbi analitičara. Međutim, da bi se u obzir uzele greške pri mjerenju m i j definiranju, te se matrice mogu izračunati uzimajući u obzir obrnutu vrijednost normalne varijable za svaku modalnu količinu [12]. Taj postupak kalibracije provodi se primjenom optimalizacijskih metoda. Spomenuta se optimalizacija

treba provesti pomoću Jakobijeve matrice osjetljivosti koja se sastoji od reda i stupca j gdje se izvodi gradijent $\nabla\pi(\theta)$. Zatim se za preostale funkcije izračunava Jakobijeva matrica i to pomoću parcijalne derivacije prvog reda. Jakobijeva matrica prikazana je u jednadžbi (9).

$$J(\theta)_{ji} = \frac{\partial\pi(\theta)}{\partial X_i} \tag{9}$$

Nakon izračunavanja Jakobijeve matrice, izračunava se Hessianova matrica G primjenom derivacija djelomičnog drugog reda preostale funkcije [8].

$$G(\theta)_{jk} = \frac{\partial^2 \varepsilon_i(\theta)}{\partial X_j \partial X_k} \tag{10}$$

gdje je ε preostala funkcija dok su θ kalibrirane varijable. Hessian i gradijent su objektivne funkcije. Te se funkcije mogu prikazati u sljedećem obliku [12]:

$$\nabla\pi(\theta) = J(\theta)^T \cdot \pi(\theta) \tag{11}$$

$$\nabla^2\pi(\theta) = J(\theta)^T J(\theta) + Q(\theta) \tag{12}$$

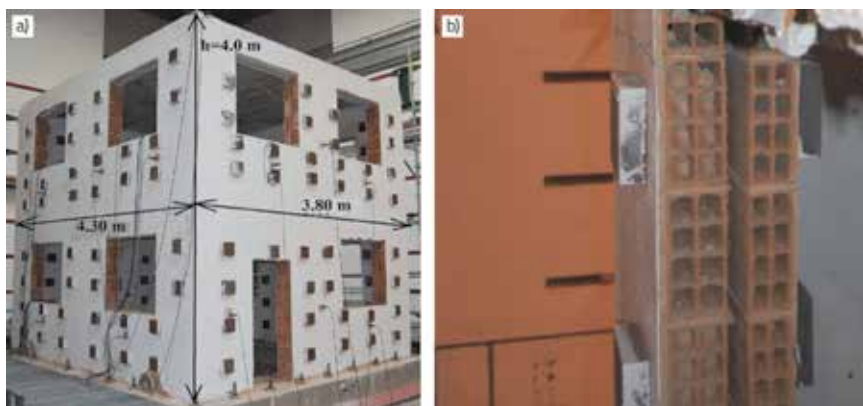
gdje je

$$Q(\theta) = \sum_{i=1}^m \pi_i(\theta) G_i(\theta) \tag{13}$$

3. Dvoslojni šuplji zid od opeke

3.1. Geometrija i materijali

Ispitana tj. simulirana konstrukcija sastoji se od dva krila i dvije etaže. Dimenzije konstrukcije su 3,80 x 4,30 x 4,0 m, a ona je izvedena u mjerilu 1:1,5. Dvoslojni šuplji zid (eng. *Two Leaf Cavity Wall* - TLCW) sastoji se od vanjskog dijela zida debljine 9 cm, praznog prostora u debljini od 2 cm te od unutarnjeg dijela zida debljine 7 cm. Dimenzije konstrukcije i šupljeg zida prikazane su na slici 1.

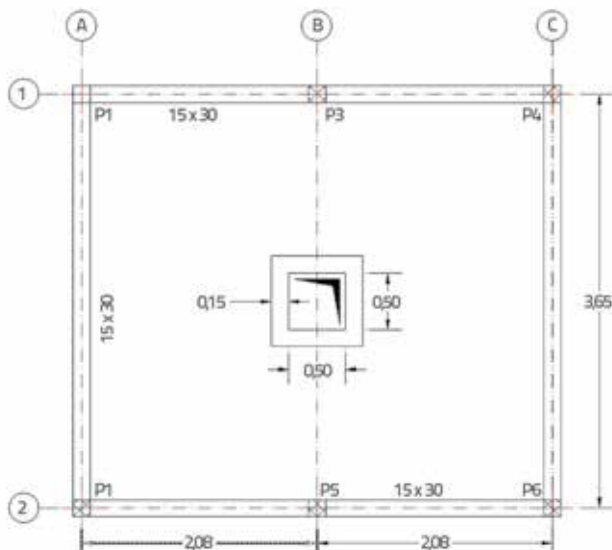


Slika 1. Simulirana konstrukcija i komponente šupljeg zida: a) dimenzije simulirane konstrukcije; b) dvoslojni šuplji zid [14]

Tablica 2. Mehanička svojstva betona i ispune prema modelu dvoslojnog šupljeg zida od opeke

E_{conc} [MPa]	v_{con}	ρ_{conc} [kg/m ³]		E_{inf} [MPa]	v_{inf}	ρ_{inf} [t/m ³]	f_{cm} [MPa]	
		Broj	ρ_1				Broj	f_{cm}
30444	0,2	1	2190	3602,7	0,213	1,59	1	26,5
		2	2200				2	28,4
		3	2220				3	33,7
		Prosjek	2203				Prosjek	29,5

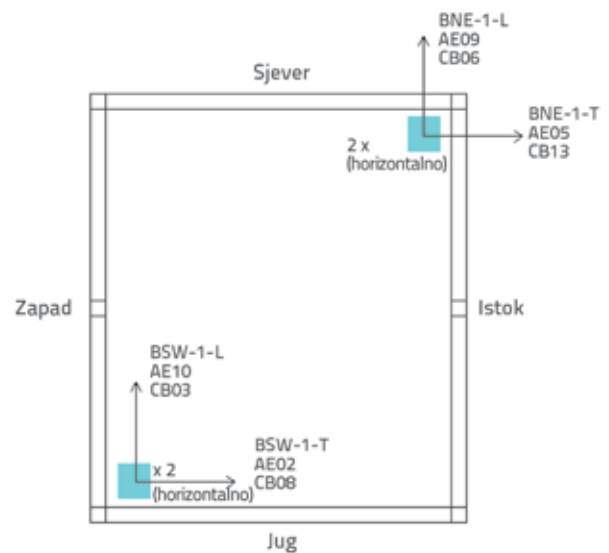
Ukupna površina iznosi 15,18 m². Dimenzije u uzdužnom i poprečnom smjeru iznose 4,16 m tj. 3,65 m. Tlocrt ispitnog modela prikazan je na slici 2.



Slika 2. Tlocrt ispitnog modela konstrukcije

Nakon izvedene konstrukcije, na nju su postavljeni akcelerometri za obavljanje dinamičkog identifikacijskog pokusa pomoću piezoelektričnih akcelerometara PCB. Akcelerometri su smješteni u suprotnim kutovima armiranobetonskog okvira tako da se može odrediti oblik torzije te na pravilan način bilježiti uzdužni i poprečni oblici. Dva su akcelerometra smještena na prvi kat, a dva na drugi. Položaji akcelerometara prikazani su na slici 3. Slika 3. prikazuje položaj akcelerometara koji su postavljeni na prvi kat. Dva su akcelerometra postavljena u sjeveroistočni kut konstrukcije, a dva u jugozapadni kut. Isti je postupak

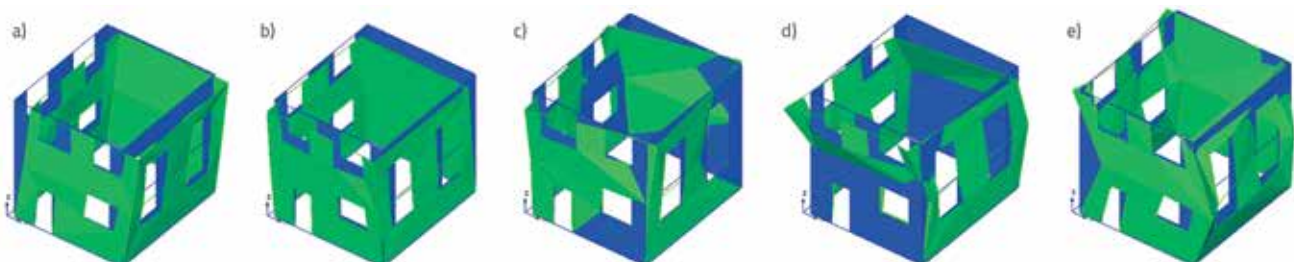
primijenjen i za drugi kat. Ukupno osam akcelerometara postavljeno je za dinamičku identifikaciju ovog modela armiranobetonskog okvira. Vrijednosti E_{inf} , v_{inf} , ρ_{conc} , ρ_{infill} i f_{cm} dobivene su eksperimentalnom analizom [15]. Ti su parametri prikazani u tablici 2. U početku je vrijednost ρ_{conc} definirana eksperimentalno, a kasnije je vrijednost E_{conc} izračunana u skladu s Eurokodom 2 [16].



Slika 3. Prikaz akcelerometara smještenih na prvom katu

3.2. Dinamička identifikacija

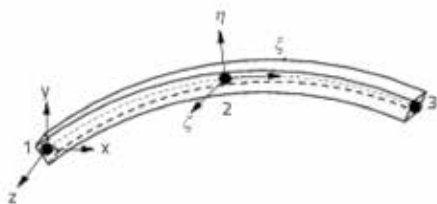
Na temelju eksperimentalnih rezultata za prvi je oblik određen sljedeći niz: poprečno, uzdužno i rotacijsko, dok su četvrti i peti oblik miješanog tipa. Eksperimentalni oblici i njihove frekvencije prikazani su na slici 4. [14].



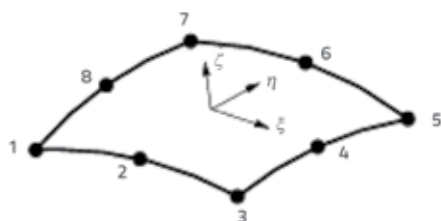
Slika 4. Eksperimentalni peto-stupanjski oblici i frekvencije: a) prvi oblik ($f_1=7,71$ Hz); b) drugi oblik ($f_2=9,61$ Hz); c) treći oblik ($f_3=26,9$ Hz); d) četvrti oblik ($f_4=32,8$ Hz); e) peti oblik ($f_5=39,4$ Hz) [14]

3.3. Izvođenje konačnih elemenata

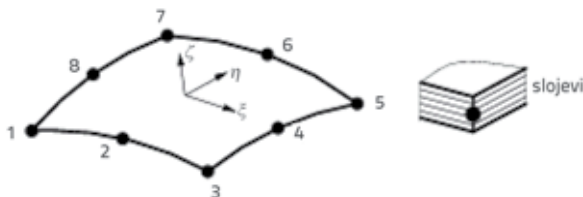
Numerički model dvoslojnog šupljeg zida od opeke napravljen je kako bi se provjerila točnost inženjerskih parametara za početak proračuna konstrukcije. Tijekom modeliranja simulacije konačnih elemenata za ovu konstrukciju, stupovi, grede i temelji modelirani su grednim elementima klase III koji je u programu definiran kao CL 18B. Taj se gredni element sastoji od tri čvora. Gredni element CL 18B prikazan je na slici 5. Ploča konstrukcije modelirana je zakrivljenim četverokutnim ljuskastim elementom s osam čvorova koji je u programu označen kao CQ40S (slika 6.). Svi zidovi konstrukcije modelirani su zakrivljenim četverokutnim uslojenim ljuskastim elementom s osam čvorova koji je u programu označen kao CQ40L. Taj je element prikazan na slici 7. Kontaktni su elementi modelirani oko ispune. Korištena je linija s tri čvora do kontaktnog elementa na površini. Taj je element prikazan na slici 8.a označen je kao CL24I.



Slika 5. Zakrivljeni gredni element CL18B s tri čvora

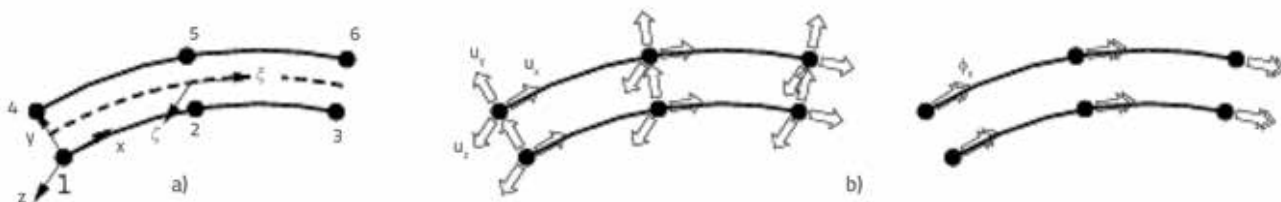


Slika 6. Zakrivljeni ljuskasti element CQ40S s osam čvorova



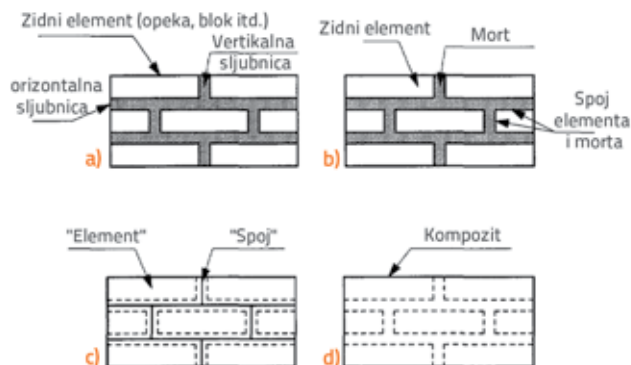
Slika 7. Zakrivljeni uslojeni ljuskasti element CQ40L s osam čvorova

Različiti pristupi koji se primjenjuju u modeliranju prikazani su na slici 9., [17]. Makro model je korišten za modeliranje



Slika 8. Kontaktni element CL24I od linije s tri čvora do kontakta s ljuskom: a) topologija; b) pomaci

kontaktnih elemenata. Osnovna pretpostavka na kojoj se taj model temelji prikazana je na slici 9.d. Makromodel služi za simuliranje općeg ponašanja šupljeg zida. Stoga je u prostoru između armiranobetonskog okvira i šupljih zidova upotrijebljen kontaktni element.



Slika 9. Pristupi u modeliranju: a) uzorak običnog zida; b) mikromodel s detaljnim pristupom; c) mikromodel s pojednostavljenim pristupom; d) makromodeliranje zida [17]

Izračun krutosti kontakta između armiranog betona i šupljeg zida prilično je složen. Tijekom proračuna u obzir treba uzeti modul elastičnosti opeke, modul elastičnosti morta i debljinu sloja morta. Vrijednosti K_N i K_S kontaktnog elementa izračunane su kako slijedi [17]. Najprije se izračunava vrijednost K_N prema jednadžbi (14):

$$K_N = \frac{E_u E_m}{t_m (E_u - E_m)} \tag{14}$$

Vrijednost E_u iznosi 30444 N/mm² za zid od opeke, tj. 3135 N/mm² za mort. Debljina spoja iznosi 20 mm. Izračunana vrijednost K_N iznosi 175 N/mm. Zatim se vrijednost K_S izračunava prema jednadžbi (15):

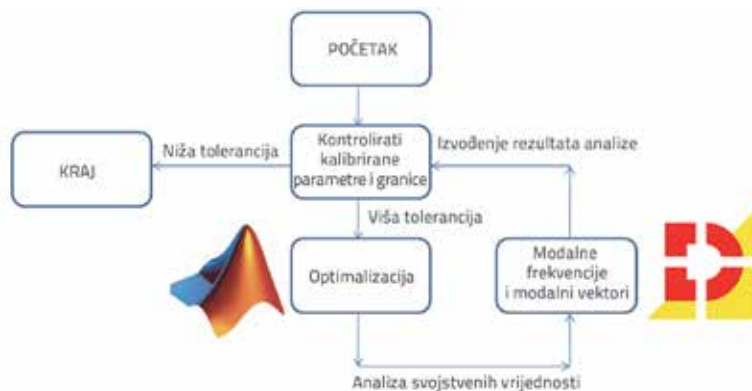
$$K_S = \frac{K_N}{2x(1 + \nu)} \tag{15}$$

U ovoj je jednadžbi usvojeno da vrijednost ν iznosi 0,15. Stoga vrijednost K_S iznosi 75,25 N/mm. Vrijednost K_N (normalna vučna sila) korištena je za određivanje ponašanja šupljeg zida u vertikalnom smjeru, a vrijednost K_S (vučna sila za posmik) za određivanje ponašanja šupljeg zida u horizontalnom smjeru zbog ortotropnih karakteristika materijala šupljeg zida.

4. Analiza konkretnog slučaja: dvoslojni šuplji zid od opeke

U ovoj je analizi kalibriranje obavljeno pomoću programa MATLAB s minimaliziranjem objektivne funkcije pomoću algoritma najmanjih kvadrata. Kako bi se postigla najbolja podudarnost, vrijednost 10^{-6} je određena kao tolerancija između brojeva iteracija n^{th} i $(n-1)^{th}$. Kada se dosegne tolerancija, postupak kalibriranja automatski prestaje. Postupak kalibriranja zajednički se provodi pomoću programa MATLAB [18] i DIANA 9.4.4 [19]. Dijagram toka za postupak kalibriranja prikazan je na slici 10.

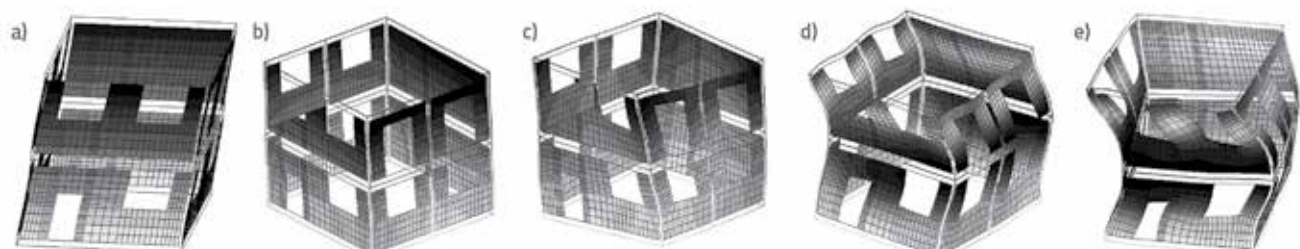
Kruti temelj je u početku korišten u postupku modalnog kalibriranja. Nakon izračunavanja svojstvenih vrijednosti, ustanovljeno je da su prva tri oblika nažalost krivo usmjerena. Da bi se objasnili modalni oblici, korišten je elastični temelj i to zbog nepotpunih rubnih uvjeta. Taj je problem uzrokovan spojem između temelja i potresnog stola. Kao što se vidi na slici 11., vertikalna opterećenja nisu se mogla u potpunosti preuzeti.



Slika 10. Dijagram modalnog kalibriranja



Slika 11. Variranje krutosti duž uzdužne osi modela



Slika 12. Oblici konačnih elemenata: a) prvi oblik FEM ($f_1=8,14$ Hz); b) drugi oblik FEM ($f_2=9,87$ Hz); c) treći oblik FEM ($f_3=23,89$ Hz); d) četvrti oblik FEM ($f_4=35,79$ Hz); e) peti oblik FEM ($f_5=40,8$ Hz)

Problem je riješen primjenom elastičnih temelja. Kako bi se simuliralo djelovanje potresnog stola, za prostor ispod temelja primijenjena su dva različita svojstva elastičnih temelja. Jedno od ta dva svojstva primijenjeno je za smjer sjever i jug, a drugo za zapad i istok. Međutim, ti su elastični temelji korišteni samo da bi se riješio problem graničnih uvjeta, a ne u svrhu simuliranja potresnog stola. Dakle, nisu bila dostupna nikakva inženjerska svojstva koja bi se odnosila na vertikalnu krutost potresnog stola. Stoga su ta inženjerska svojstva odabrana nasumce. Ispravne vrijednosti modalnih oblika i modalnih frekvencija, dobivene primjenom elastičnih temelja, a prije modalnog kalibriranja, prikazane su na slici 12.

Nažalost, nakon eksperimenta na potresnom stolu koji je prikazan na slici 12.c, treći se oblik nije mogao potvrditi čak ni uz korištenje elastičnih temelja. Međutim, tijekom modalnog kalibriranja, prednost su imala četiri oblika: prvi poprečni, prvi uzdužni, četvrti i peti oblik. Kako bi se dobile eksperimentalne frekvencije, provedena su dva različita modalna kalibriranja. Neki su parametri bitno utjecali na modalne oblike. To se naročito odnosi na krutost elastičnih temelja. Zbog toga su pri prvom modalnom kalibriranju prednost imali elastični temelji. Međutim, mogućnost pomaka bila je ograničena zbog definiranog broja vrijednosti K_{NW-E} , K_{NW-S} i $K_{S(ALL)}$. Zato je postupak modalnog kalibriranja proširen, te su uz značajne parametre prvog reda dodani i značajni parametri drugog reda.

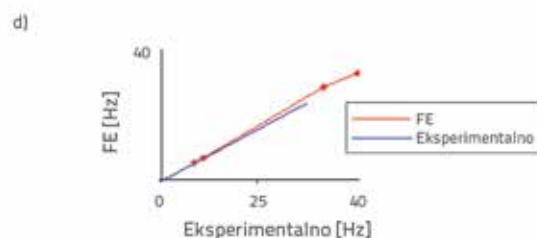
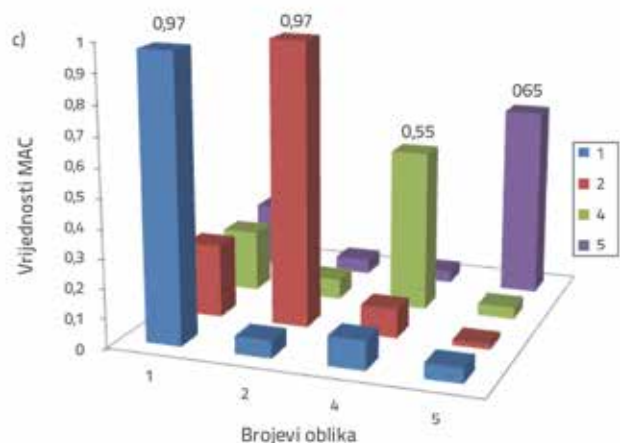
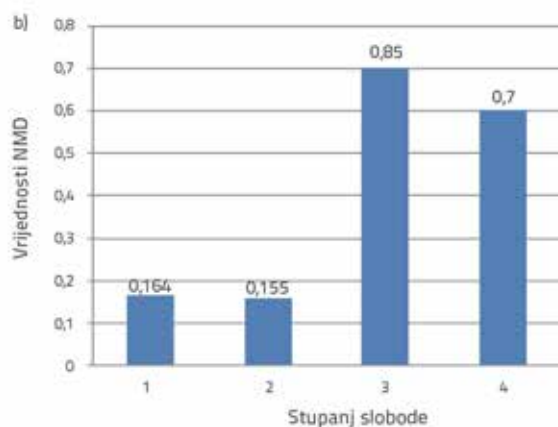
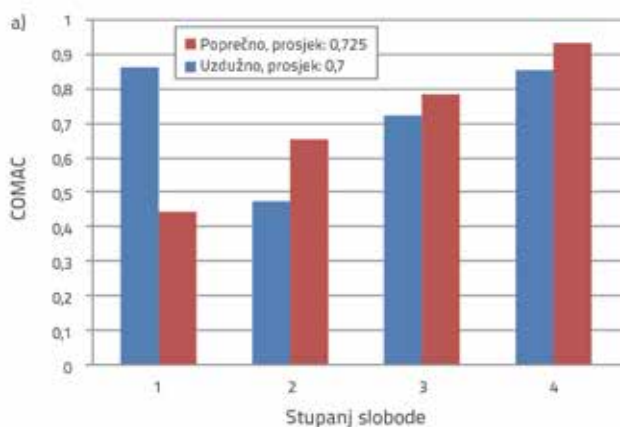
4.1. Prvo kalibriranje

Tijekom prvog kalibriranja kalibrirana je samo normalna krutost sjeverne i južne strane elastičnih temelja. Postupak kalibriranja automatski je zaustavljen na sedmom koraku. Rezultati kalibriranja prikazani su u tablici 3.

Kao što se vidi iz tablice 3., nema bitne razlike između frekvencija četvrtog i petog oblika. Proces kalibriranja dovršen je uspješno, ali, nažalost, kalibriranjem je smanjen postotak greške. Prema grafičkim prikazima i na slikama 13.a, 13.b, 13.c i 13.d može se uočiti mala promjena na drugom i četvrtom obliku. Zbog toga su drugi kalibracijski procesi usredotočeni na te oblike, ali uz primjenu drugačijih parametara.

Tablica 3. Sažetak podataka dobivenih prvim kalibriranjem (W = zapad, E = istok, N = sjever, S = jug)

Varijable	Početne vrijednosti [N/mm]	Kalibrirane vrijednosti [N/mm]	Eksploimentalne frekvencije (1)	Početne frekvencije (2)	Greška između (1) i (2) [%]	Kalibrirane frekvencije (3)	Greška između (1) i (3) [%]
$K_{N(W-E)}$	$1 \cdot 10^4$	$0,43 \cdot 10^4$	7,71	8,14	5,54	7,52	2,49
$K_{N(N-S)}$	$1 \cdot 10^5$	$0,9 \cdot 10^5$	9,61	9,87	2,6	9,66	0,43
			32,8	35,79	8,9	3,77	8,9
			39,4	40,8	3,5	40,79	3,5
			Prosjek	Prosjek	5,135	Prosjek	2,83



Slika 13. Usporedba grafičkih prikaza a) vrijednosti COMAC i Dof; b) vrijednosti NMD i broja oblika; c) vrijednosti MAC; d) frekvencija

Tablica 4. Sažetak podataka dobivenih drugim kalibriranjem

Varijable	Početne vrijednosti [N/mm]	Kalibrirane vrijednosti [N/mm]	Eksploimentalne frekvencije (1)	Početne frekvencije (2)	Greška između (1) i (2) [%]	Kalibrirane frekvencije (3)	Greška između (1) i (3) [%]
$K_{N(W-E)}$	$1 \cdot 10^4$	$7,6 \cdot 10^3$	7,7123	8,14	5,54	7,64	0,9
$K_{N(N-S)}$	$1 \cdot 10^5$	$8,52 \cdot 10^5$	9,6187	9,87	2,6	9,55	0,7
$K_{S(ALL)}$	$1 \cdot 10^8$	$9,75 \cdot 10^6$	32,842	35,79	8,9	35,74	8,8
			39,428	40,8	3,5	40,75	3,35
			Prosjek	Prosjek	5,135	Prosjek	3,44

4.2. Drugo kalibriranje

U ovom se kalibriranju uz vrijednosti $K_{N(W-E)}$ i $K_{N(N-S)}$ koristi i posmična krutost elastičnih temelja. Postupak kalibriranja zaustavljen je na sedmom koraku. Rezultati su prikazani u tablici 4.

4.3. Treće kalibriranje

U ovom je kalibriranju povećan broj kalibracijskih parametara kako bi se postigla bolja korelacija. Primjenjuju se vrijednosti $K_{N(W-E)}$, $K_{N(N-S)}$, $K_{S(ALL)}$, $K_{N(interface)}$ i $K_{S(interface)}$. Kalibriranje se automatski zaustavlja na desetom koraku. Rezultati su prikazani u tablici 5. Kao što se vidi iz tablice 5., korelacija je bolja jer se koristi pet parametara. Povećanjem broja parametara povećana je i pouzdanost kalibracijskog postupka. U ovom je kalibriranju poseban naglasak na prva dva oblika. Konvergencija prva dva oblika manja je od 1 %. Međutim, zadnja dva oblika nešto su manje povoljna zbog ograničene mogućnosti pomicanja elastičnih temelja.

4.4. Četvrto kalibriranje

U ovom su kalibriranju korištene vrijednosti E_{inf} , $K_{N(interface)}$ i $K_{S(interface)}$ u svrhu analiziranja konvergencije postupka kalibriranja. Modalni oblici i modalne frekvencije podložni su izuzetno velikom utjecaju eksperimentalne vrijednosti modula elastičnosti te izračunanih parametara normalne i posmične krutosti. Zbog toga su parametri kalibrirani u svrhu dobivanja vrijednosti konvergencije. To je kalibriranje automatski zaustavljeno na desetom koraku. Pripadajući rezultati prikazani su u tablici 6.

Iz tablice 6. vidljivo je da se kalibriranjem vrijednosti E_{inf} i vrijednosti krutosti kontaktnog elementa ne postiže bolja korelacija nakon postupka kalibriranja, ako se ovaj postupak uspoređi s ostalim kalibracijama. Kako je vrijednost E_{inf} eksperimentalna, vrijednosti posmične i normalne vučne sile kontaktnog elementa izračunavaju se pomoću formule koju je predložio Lourenço [17]. Ova kalibracija pokazuje da se te vrijednosti trebaju popraviti.

Tablica 5. Sažetak podataka dobivenih trećim kalibriranjem

Varijable	Početne vrijednosti [N/mm]	Kalibrirane vrijednosti [N/mm]	Eksperimentalne frekvencije (1)	Početne frekvencije (2)	Greška između (1) i (2) [%]	Kalibrirane frekvencije (3)	Greška između (1) i (3) [%]
$K_{N(W-E)}$	$1 \cdot 10^4$	$0,05 \cdot 10^4$	7,7	8,1	5,5	7,4	3,8
$K_{N(N-S)}$	$1 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^5$	9,6	9,8	2,6	9,6	0,3
$K_{S(ALL)}$	$1 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	32,8	35,8	8,9	34,2	4,0
$K_{N(interface)}$	$1,75 \cdot 10^8$	$10,5 \cdot 10^8$	39,4	40,8	3,5	39,5	0,1
$K_{S(interface)}$	$75,52 \cdot 10^7$	$10,1 \cdot 10^7$					
				Prosjek	5,1	Prosjek	2,0

Tablica 6. Sažetak podataka dobivenih četvrtim kalibriranjem

Varijable	Početne vrijednosti	Kalibrirane vrijednosti	Eksperimentalne frekvencije (1)	Početne frekvencije (2)	Greška između (1) i (2) [%]	Kalibrirane frekvencije (3)	Greška između (1) i (3) [%]
E_{inf} [N/mm ²]	$3,6 \cdot 10^6$	$3,1 \cdot 10^6$	7,7	8,1	5,5	8,1	5,1
$K_{N(interface)}$ [N/mm]	$1,7 \cdot 10^8$	$10,5 \cdot 10^8$	9,6	9,9	2,6	9,7	0,6
$K_{S(interface)}$ [N/mm]	$75,2 \cdot 10^7$	$231,8 \cdot 10^7$	32,8	35,8	8,9	34,4	4,6
			39,4	40,8	3,5	39,0	0,98
				Prosjek	5,135	Prosjek	2,83

Tablica 7. Sažetak podataka dobivenih petim kalibriranjem

Varijable	Početne vrijednosti [N/mm ²]	Kalibrirane vrijednosti [N/mm ²]	Eksperimentalne frekvencije (1)	Početne frekvencije (2)	Greška između (1) i (2) [%]	Kalibrirane frekvencije (3)	Greška između (1) i (3) [%]
E_{inf}	$3,6 \cdot 10^6$	$3,3 \cdot 10^6$	7,7	8,1	5,5 %	8,0	3,7
E_{conc}	$3,04 \cdot 10^7$	$2,35 \cdot 10^7$	9,6	9,8	2,6 %	9,5	0,7
			32,8	35,7	8,9 %	33,9	3,2
			39,4	40,8	3,5 %	38,5	2,3
				Prosjek	5,1 %	Prosjek	2,4

Tablica 8. Usporedba rezultata ovog istraživanja s podacima iz literature

Literatura Stavka	Ramos i dr. (2010.)	Li i dr. (2011.)	Sevim i dr. (2011.)	Atamtürktür (2009.)	Ovo istraživanje
Svrha kalibriranja modela	Greška u strukturi modela	Nepotpuni modalni podaci	Greška u parametrima modela	Greška u konstrukciji modela	Greška u konstrukciji modela
Problem u modelu konačnih elemenata	Velike razlike modalnih frekvencija između konačnih elemenata i eksperimenta	Ne može se dobiti točan dinamički model	Ne može se dobiti točan model konačnih elemenata prema mjerenju na terenu	Ne može se izmjeriti pouzdanost pojednostavljene geometrije, niti se može dobiti pouzdani model zbog broja mreže	Ne može se dobiti točan oblik, niti se mogu provjeriti ispitani podaci o materijalu
Rješenje	Upotreba kontaktne krutosti ispod temelja	Kalibracija matrice krutosti	Kalibracija procijenjenih parametara kako bi se dobile eksperimentalne frekvencije	Pokušaj dobivanja jednake površine i momenta inercije za pojednostavljenje i višestruke analize s raznim brojevima mreže	Primjena elastične granice ispod temelja i kalibracija eksperimentalnih parametara
Prosječna usklađenost modalnih frekvencija prije i nakon kalibriranja	Prije = 0,60 Nakon = 0,97	Prije = 0,93 Nakon = 0,99	Prije = 0,9 Nakon = 0,95 (za most Osmanli) Prije = 0,85 Nakon = 0,99 (za most Şenyuva)	Konačna konvergencija bazirana na pomaku = 0,98 podudarnost između sitne i krupne mreže = 0,88	Prije = 0,94 Nakon = 0,98 točan modalni oblik

4.5. Peto kalibriranje

Ovaj kalibracijski postupak provodi se moću parametara E_{inf} i E_{conc} . Ta dva eksperimentalna parametra razvio je Pereira [15]. Cilj je petog kalibriranja ocijeniti kalibracijske rezultate elastičnog modula ispune i betona. Rezultati iz tablice pokazuju da ti parametri ne utječu bitno na kalibraciju jer se greška mogla smanjiti samo za otprilike 2,5 %. Taj kalibracijski postupak automatski je dovršen u sedmom koraku. Konačna kalibracija prikazana je u tablici 7.

Nakon kalibracije modela, rezultati se svakako trebaju usporediti s odgovarajućim podacima iz literature. Ta je usporedba prikazana u tablici 8.

5. Zaključak

U radu je prikazano prilagodljivo rješenje za kalibriranje modela AB konstrukcije s dvoslojnim šupljim zidom od opeke, a odnosi se na problem popustljivih rubnih uvjeta. Problem popustljivih rubnih uvjeta pojavio se zbog smanjenja lokalne krutosti na mjestu gdje su temelji konstrukcije bili povezani s potresnim stolom. Da bi se riješio problem, ispod temelja konstrukcije modelirani su elastični temelji u obliku kontaktnog elementa. Zatim je obavljen postupak kalibriranja „dvoslojnog šupljeg zida AB konstrukcije“ služi se determinističkim pristupom. Prije pokusa na potresnom stolu, na konstrukciji je obavljen pokus tlačnog vibriranja kako bi se odredile modalne frekvencije i modalni oblici. Nakon modeliranja ove konstrukcije pomoću programa konačnih elemenata DIANA 9.4.4 (2012), na modelu je obavljena analiza svojstvenih vrijednosti. Nakon analize svojstvenih vrijednosti, modalni oblici za prva tri oblika konačnih

elemenata potpuno su se razlikovali od eksperimentalnih modalnih oblika. Ova razlika dokaz je da se radi o problemu rubnih uvjeta. Na slične probleme konstrukcije upozorili su Ramos i dr. (2010) [7] te Atamtürktür (2009) [9]. Osnovni cilj ovog rada sastojao se u iznalaženju razloga zbog kojeg nastaju tako neprikladni uvjeti, te u rješavanju tog problema. Problem je istražen i ustanovljeno je da su posrijedi popustljivi rubni uvjeti zbog smanjenja krutosti na razini temelja. Do toga smanjenja krutosti došlo je na mjestu gdje je konstrukcija bila spojena s potresnim stolom. Novina je ovog istraživanja iznalaženje rješenja za taj pad lokalne krutosti temelja, i to pomoću elastičnih temelja. Takvo rješenje je primijenjeno jer je ustanovljeno da su nakon analize svojstvenih vrijednosti prva tri oblika s krutim temeljima bila netočna, čak i kada su korištena eksperimentalna svojstva materijala. Taj veliki uzorak napravljen je izvan potresnog stola nakon čega je prebačen na pokretni stol gdje je na njega nanoseno potresno opterećenje. Zatim je uzorak spojen s potresnim stolom pomoću metalnih podupora kako je to prikazano na slici 8. Te spojne točke dovele su do smanjenja vertikalne krutosti konstrukcije. Nakon toga je iniciran postupak modalne kalibracije. Modalna kalibracije je drugi cilj ovog istraživanja. Postupak kalibracije podijeljen je na pet koraka. Po završetku tog kalibracijskog postupka sastavljenog od pet koraka, može se jednostavno zaključiti – na temelju tablica u kojima su sažeto prikazani ti koraci – da razlika između pojedinih stupnjeva kalibracije nije značajna. Tih pet kalibracijskih koraka upućuje na zadovoljavajuću pouzdanost eksperimentalnih materijalnih svojstava kao što su E_{inf} i E_{conc} , isto kao i na pouzdanost normalnih i posmičnih krutosti na kontaktu, izračunanih na osnovi predložene formule. Nakon ove kalibracije može se zaključiti da je prosječna greška prije kalibracije iznosila

5,1 %, a nakon kalibracije greška je frekvencije smanjena na 2,83 %, 3,44 %, 2,0 %, 2,83 % i 2,4 %. Visok stupanj korelacije između eksperimentalnih i numeričkih vrijednosti postignut je u trećem kalibriranju zbog najmanje prosječne greške od 2 % koja je dobivena na kraju kalibracije. Takva najmanja prosječna greška u trećem je kalibriranju dobivena između ostalog i zato što je u toj kalibraciji upotrijebljeno pet parametara. Svaki je od tih pet parametara izračunan, tj. oni nisu dobiveni eksperimentalnim putem. Model konačnih elemenata konstrukcije prilagođen je najboljem eksperimentalnom modalnom položaju kalibriranjem pet izračunanih vrijednosti krutosti tijekom trećeg kalibriranja. Međutim, treći eksperimentalni oblik konstrukcije nije se mogao dobiti u okviru modela konačnih elemenata jer je mogućnost pomicanja konstrukcije bila ograničena svojstvima krutosti elastičnih temelja čiji je cilj bio ukloniti neodgovarajuće stanje.

To neodgovarajuće ili neprihvatljivo stanje spriječilo je simulaciju trećeg oblika. Prva dva oblika konstrukcije bila su korigirana, ali, nažalost, treći se oblik nije mogao korigirati. Zbog elastičnih temelja, vrijednost NMD – a to je indikator usklađenosti modalnog kalibriranja – bila je nešto viša od odgovarajućih rezultata koji se spominju u literaturi. Te nepoželjne visoke vrijednosti registrirane su samo kod četvrtog i petog oblika. I, konačno, ovo istraživanje dokazuje da se greška u konstrukciji modela može javiti i tijekom pokusa u laboratoriju, tj. ne samo tijekom pokusa koji se izvode na terenu, poput onih koje u svojem radu opisuju Ramos i dr. (2010.). Postupak modalnog determinističkog kalibriranja potreban je da bi se riješili ovakvi problemi konstrukcija, te da bi se pripremio pouzdan model s pouzdanim svojstvima materijala prije obavljanja bilo kakve vrste proračuna konstrukcije.

LITERATURA

- [1] Atamtürkür, S., Laman, J.A.: Finite element model correlation and calibration of historic masonry monuments: review. *The Structural Design of Tall And Special Buildings*, 21 (2010), pp. 96-113, <https://doi.org/10.1002/tal.577>
- [2] Sevim, B., Bayraktar, A., Altunışık, A.C., Atamtürkür, S., Birinci, F.: Finite element model calibration effects on the earthquake response of masonry arch bridges, *Finite Element in Analysis and Design*, 47 (2011), pp. 621-634, <https://doi.org/10.1016/j.finel.2010.12.011>
- [3] Cunha, A., Caetano, E.: Experimental Modal Analysis Of Civil Engineering Structures, *Journal of Sound and Vibration*, pp. 12-20, June, 2006.
- [4] Mottershead, J.E., Friswell, M.I.: Modal Updating In Structural Dynamics: A Survey, *Journal of Sound and Vibration*, pp. 347-375, 1993, <https://doi.org/10.1006/jsvi.1993.1340>
- [5] Friswell, M.I., Mottershead, J.E., Ahmadian, H.: Finite-Element Model Updating Using Experimental Test Data: Parametrization And Regularization, *The Royal Society*, pp. 169-186, 2001.
- [6] Khodaparast, H.H., Mottershead, J.E., Friswell, M.I.: Perturbation Methods for The Estimation of Parameter Variability in Stochastic Model Updating, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22 (2008), pp. 1751-1773, <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.03.001>
- [7] Ramos, L.F., Alaboz, M., Aguilar, R.: Dynamic Identification and Monitoring of St. Torcato Church, *Advanced Material Research*, 133-134 (2010), pp. 275-280, <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.133-134.275>
- [8] Li, H.J., Wang, J.R., Hu, S.L.J.: Modal Updating Based on Incomplete Modal Data, *Sci China Tech Sci*, 54 (2011), pp. 1737-1747, <https://doi.org/10.1007/s11431-011-4415-z>
- [9] Atamtürkür, S.: Verification And Validation Under Uncertainty Applied To Finite Element Models Of Historic Masonry Monuments, *Proceedings of the IMAC-XXVII*, Orlando, Florida USA, 2009
- [10] Wang, W., Mottershead, J. E., Mares, C.: Mode-shape Recognition and Finite Element Model Updating Using the Zernike Moment Descriptor, *Mechanical System and Signal Processing*, 23 (2009), pp. 2088-2112, <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2009.03.015>
- [11] Allemang, J.R.: The Modal Assurance Criterion – Twenty Years Of Use And Abuse, *Sound and Vibration*, pp. 14-21, 2003.
- [12] Ramos, L.F.: Damage Identification On Masonry Structures Based on Vibration Signatures, *PhD Thesis*, Guimaraés, Universidade do Minho, 2007.
- [13] Douglas, B., Reid, W.: Dynamic Tests And System Identification of Bridges, *Journal of the Structural Division*, 108 (1982) 10, pp. 2295-2312.
- [14] Leite, J.K.: Seismic Behaviour of Infill Walls: Design And Testing, *PhD Thesis*, Universidade of Minho, Guimaraés, Portugal, 2014.
- [15] Pereira, M.F.P.: Avaliação Do Desempenho Das Envolventes Dos Edifícios Face À Acção Dos Sismos, *PhD Thesis*, Universidade do Minho, Guimaraés, Portugal, 2013.
- [16] Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, EN 1992-1-1, December 2004.
- [17] Lourenço, P.B.: Computational Strategies for Masonry Structures, *PhD Thesis*, Delft, Netherland, 1996.
- [18] MATLAB, MATLAB: The Language of Technical Computing, The MathWorks, Release 7.2, USA, 2006.
- [19] TNO, Displacement method ANALyser, *User's Manual, Release 9.4.4*, Netherlands, 2012.